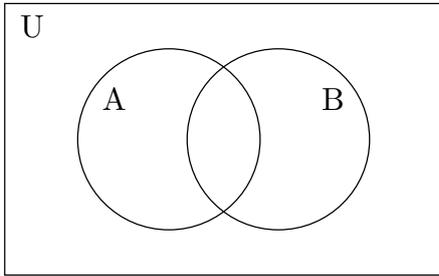


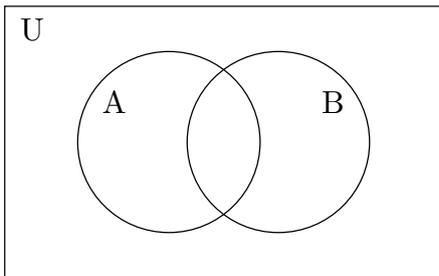
期末試験勉強用プリント (統計学)

1. 下図のような、標本空間 U における事象 A, B を考える。指示された領域を塗りつぶしなさい。

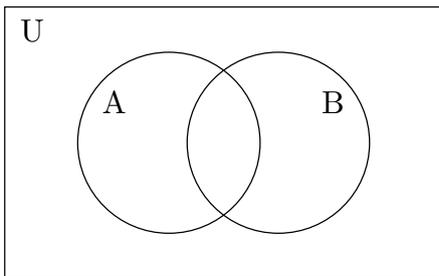
(1) 和事象 $A \cup B$



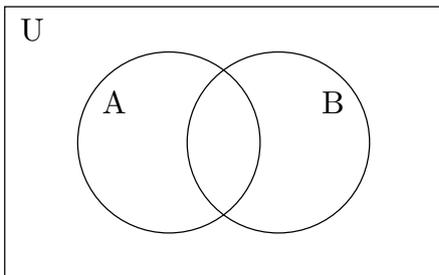
(2) 積事象 $A \cap B$



(3) A の余事象 A^c

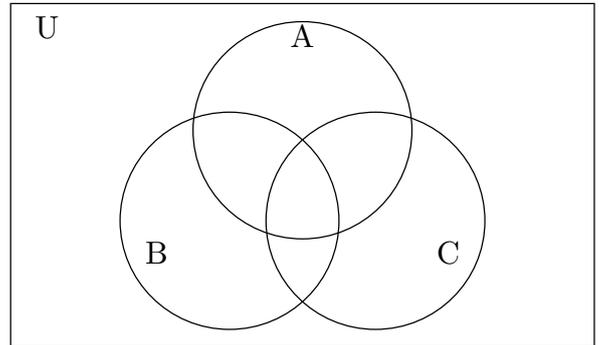


(4) $A \cap (B^c)$

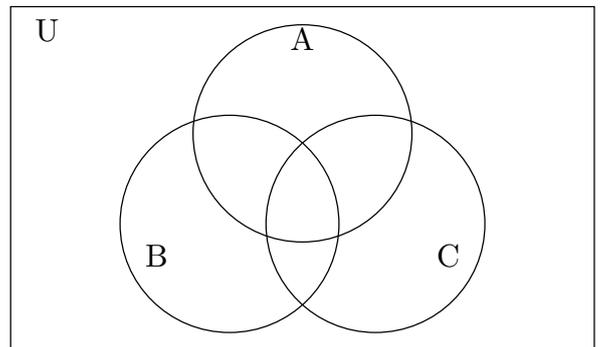


2. 下図のような標本空間 U における事象 A, B, C を考える。指示された領域を塗りつぶしなさい。

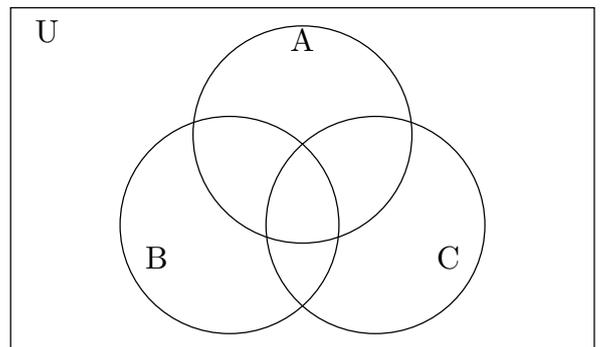
(1) $A \cup B \cup C$



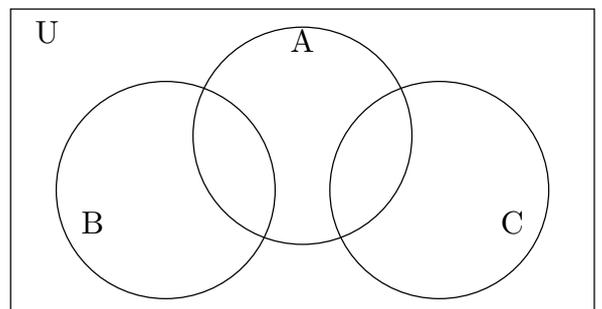
(2) $A \cap B \cap C$



(3) $(A \cup B) \cap C^c$



3. 下図のような標本空間 U における事象 A, B, C を考える。 A, B, C のうち排反な事象のペアを答えよ。



4. 標本空間 U における確率 P について以下の問いに答えよ.

(1) $P(U)$ を求めよ.

(2) 事象 A_1, A_2 は排反であり, かつ, $P(A_1) = \frac{1}{2}$, $P(A_2) = \frac{1}{3}$ であるとき, $P(A_1 \cup A_2)$ を求めよ.

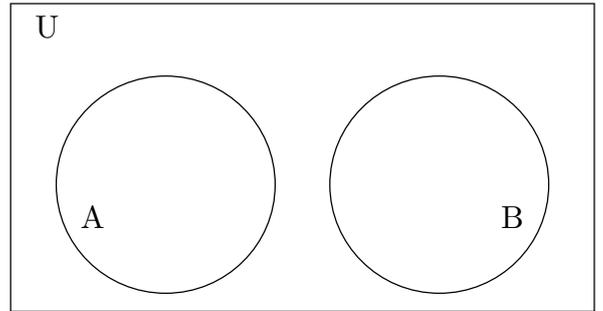
(3) 事象 B_1, B_2, B_3 は排反であり, かつ, $P(B_1) = \frac{1}{4}$, $P(B_2) = \frac{3}{16}$, $P(B_3) = \frac{1}{8}$ であるとき, $P(B_1 \cup B_2 \cup B_3)$ を求めよ.

(4) $P(A) = \frac{3}{5}$ のとき $P(A^c)$ を求めよ.

(5) $P(B) = \frac{1}{11}$ のとき $P(B^c)$ を求めよ.

(6) 空事象 \emptyset の確率 $P(\emptyset)$ を求めよ.

5. 下図のような標本空間を U における事象 A, B を考える. 確率 P が, $P(A) = P(B) = \frac{3}{10}$ であるとき以下の問いに答えよ.



(1) $P(A \cup B)$ を求めよ.

(2) $P(A^c)$ を求めよ.

(3) $P(A^c \cap B^c)$ を求めよ.

6. 確率変数 X について, $E(X) = 2$, $E(X^2) = 9$ であるとき, $V(X)$ と $\sigma(X)$ を求めなさい.

7. サイコロを投げたときの出る目の数 X とする. 以下の問いに答えなさい.

(1) X が従う確率分布を表で表しなさい.

(2) 確率 $P(2 \leq X \leq 4)$ を求めなさい.

(3) 期待値 $E(X)$ を求めなさい.

(4) $E(X^2)$ を求めなさい.

(5) 分散 $V(X)$ と標準偏差 $\sigma(X)$ を求めなさい.

8. 歪みのないコインを 4 回トスしたときに, 表の出た回数を X とする. 以下の問いに答えなさい.

(1) X が従う確率分布を表で表しなさい.

(2) $P(X \geq 2)$ を求めよ.

(3) 期待値 $E(X)$ を求めなさい.

(4) $E(X^2)$ を求めなさい.

(5) 分散 $V(X)$ と標準偏差 $\sigma(X)$ を求めなさい.

9. 連続型確率変数 X の確率密度関数 $f(x)$ が

$$f(x) = \begin{cases} 2x & 0 \leq x \leq 1 \text{ のとき} \\ 0 & \text{それ以外} \text{ のとき} \end{cases}$$

であるとき次の問いに答えなさい。

(1) 確率密度関数 $f(x)$ のグラフを書きなさい。

(2) 確率 $P\left(0 \leq X \leq \frac{1}{2}\right)$ を求めなさい。

(3) $E(X)$, $E(X^2)$ を求めなさい。

(4) 分散 $V(X)$, 標準偏差 $\sigma(X)$ を求めなさい。

10. 連続型確率変数 X の確率密度関数 $f(x)$ が

$$f(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 1 \text{ のとき,} \\ 0 & \text{それ以外} \text{ のとき} \end{cases}$$

であるとき次の問いに答えなさい。

(1) 確率密度関数 $f(x)$ のグラフを描きなさい。

(2) 確率 $P\left(0 \leq X \leq \frac{1}{3}\right)$ を求めなさい。

(3) $E(X)$, $E(X^2)$ を求めなさい。

(4) 分散 $V(X)$ と標準偏差 $\sigma(X)$ を求めなさい。

11. 連続型確率変数 X の確率密度関数 $f(x)$ が

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x} & x \geq 0 \text{ のとき,} \\ 0 & \text{それ以外するとき} \end{cases}$$

であるとき次の問いに答えなさい。

(1) 確率 $P(0 \leq X \leq 10)$ を求めなさい。

(2) 確率 $P(X \geq 2)$ を求めなさい。

(3) 期待値・分散・標準偏差を求めなさい。

12. 確率変数 X が二項分布 $Bin\left(3, \frac{3}{10}\right)$ に従うとして、次の問いに答えなさい。

(1) 期待値, 分散, 標準偏差を求めなさい。

(2) $P(X = 2)$ の値を求めなさい。

13. 確率変数 X が二項分布 $Bin(10, 0.2)$ に従うとして、次の問いに答えなさい。

(1) 期待値, 分散, 標準偏差を求めなさい。

(2) $P(X = 2)$ の計算式を書きなさい。

14. 確率変数 X が標準正規分布 $N(0, 1)$ に従うとき、以下の問いに答えなさい。

(1) 確率密度関数 $f(x)$ の式を書きなさい。

(2) 標準正規分布表を用いて以下の近似値を求めなさい。

(2-a) $P(0 \leq X \leq 2.55)$

(2-b) $P(-1.32 \leq X \leq 1.55)$

(2-c) $P(X \leq 2.34)$

(2-d) $P(X \geq 3.01)$

(2-e) $P(0 \leq X \leq z) = 0.1$ であるような z

(2-f) $P(-z \leq X \leq z) = 0.5$ であるような z

(2-g) $P(X \leq z) = 0.8$ であるような z

15. 確率変数 X は標準正規分布 $N(0, 1)$ に従い、確率変数 Y は正規分布 $N(10, 25)$ に従うとき、以下の問いに答えなさい。

(1) $N(10, 25)$ の確率密度関数 $f(x)$ の式を書きなさい。

(2) Y の期待値・分散・標準偏差を求めなさい。

(3) $P(a \leq Y \leq b)$ を X についての確率として表しなさい。

(4) 標準正規分布表を用いて次の近似値を求めなさい。

(4-a) $P(7 \leq Y \leq 12)$

(4-b) $P(13 \leq Y \leq 15)$

(4-c) $P(Y \geq 11)$

16. 十分多い無作為標本 X_1, X_2, \dots, X_n に対し, 母集団の平均 μ の信頼度 $1 - \alpha$ の信頼区間は

$$\bar{X} - z\left(\frac{\alpha}{2}\right) \frac{U}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + z\left(\frac{\alpha}{2}\right) \frac{U}{\sqrt{n}}$$

と見積もれる. 但し, $z\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ は標準正規分布 $N(0, 1)$ の上側 $\frac{\alpha}{2}$ 点を表す. 標準正規分布表を用いて, 母平均 μ の以下の条件での信頼区間を小数第 1 位まで求めなさい.

(1) $n = 2500$, 標本平均 $\bar{X} = 10$, 不偏標準偏差 $U = 10$ のとき信頼度 0.8 の信頼区間

(2) $n = 900$, 標本平均 $\bar{X} = 50$, 不偏標準偏差 $U = 120$ のとき信頼度 0.6 の信頼区間