期末試験勉強用問題集 (工科系数学 I)

1 (三角関数の微分).

a. $(\sin(7x+8))' =$

b. $(\cos(2-5x))' =$

c. $(\log x \tan 2x)' =$

d. $(\sin 3x \cos 5x)' =$

e. $(\sin^3 x)' =$

f. $(\tan(x^2+5x))' =$

g. $(e^{\cos x})' =$

h. $(\sin(\cos 2x))' =$

三角関数の微分

$(\sin x)' =$

$(\cos x)' =$

$(\tan x)' =$

微分公式

積の微分

$(f(x)g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

合成の微分

$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

2 (逆三角関数).

a. $\arcsin 0 =$

b. $\arcsin \frac{1}{2} =$

c. $\arcsin -\frac{1}{\sqrt{2}} =$

d. $\arccos 1 =$

e. $\arccos \frac{1}{2} =$

f. $\arccos \frac{1}{\sqrt{2}} =$

g. $\arctan 1 =$

h. $\arctan \frac{1}{\sqrt{3}} =$

i. $\arctan -1 =$

j. $(\arcsin x)' =$

k. $(\arctan x)' =$

逆三角関数

$\arcsin x =$

「$\sin y = x$ となる $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$」

$\arccos x =$

「$\cos y = x$ となる $0 \leq y \leq \pi$」

$\arctan x =$

「$\tan y = x$ となる $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$」

3 (増減表)**.** 以下の関数の増減表を書きなさい.

a. $f(x) = x^2 + 4x - 5$

b. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$

関数の増減

$$f'(x) > 0 \quad \Longrightarrow \quad f(x) \text{ は増加}$$
$$f'(x) < 0 \quad \Longrightarrow \quad f(x) \text{ は減少}$$
$$f'(x) = 0 \quad \Longrightarrow \quad f(x) \text{ は一定}$$

4 (極値)**.** 以下の関数の極値を求めよ.

a. $f(x) = x^2 - 2x + 3$

b. $f(x) = x^3 - 4x^2 - 3x$

極値

極値とは関数の増減の境目となる値

$$\begin{cases} \text{極大 (値) は増加から減少となる境目} \\ \text{極小 (値) は減少から増加となる境目} \end{cases}$$

5 (極限).

a. $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x-1}=$

b. $\displaystyle\lim_{x\to -1}\frac{x+1}{x^2+4x+3}=$

c. $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x^3+2x^2-5x-6}{x^3-x^2-4x+4}=$

d. $\displaystyle\lim_{x\to \infty}\frac{4x^2+3x-2}{x^2+5}=$

e. $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=$

f. $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{3x}=$

g. $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\tan 4x}{3x}=$

h. $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\arcsin x}{x}=$

i. $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{\log x}{x-1}=$

j. $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{e^x-x-1}{x^2}=$

ロピタルの定理

$\dfrac{f(a)}{g(a)}$ が不定形のとき

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

6 (変形して極限を求める問題). 公式

$$x=e^{\log x}$$

を用いて, 以下の極限を求めなさい.

a. $\displaystyle\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=$

b. $\displaystyle\lim_{x\to 1}(1+\log x)^{\frac{1}{\log x}}=$