

# 中間試験勉強用プリント

微分とは

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

冪関数の微分公式

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

問題 1. 以下の微分を計算しなさい.

(1)  $(9x + 5)' =$

(2)  $(2x^2 + x)' =$

(3)  $(\sqrt{x})' =$

(4)  $(x^{\frac{1}{3}})' =$

(5)  $\left(\frac{1}{x}\right)' =$

(6)  $\left(\frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}\right)' =$

指数・対数関数の微分公式

$$(e^x)' = e^x \quad (a^x)' = (\log a)a^x$$
$$(\log x)' = \frac{1}{x} \quad (\log_a x)' = \frac{1}{(\log a)x}$$

問題 2. 以下の微分を計算しなさい.

(1)  $(3e^x)' =$

(2)  $(\log 2x)' =$

(3)  $(2^x)' =$

合成関数の微分公式

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

問題 3. 以下の微分を計算しなさい.

(1)  $((2x + 1)^{-3})' =$

(2)  $(\sqrt[3]{6x + 7})' =$

(3)  $(\log(2x - 5))' =$

(4)  $(\log(\log x))' =$

(5)  $(e^{3x})' =$

(6)  $(e^{x^2+x})' =$

積・商の微分公式

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

問題 4. 以下の微分を計算しなさい.

(1)  $((x^2 - 2x)e^{-x})' =$

(2)  $(x \log x)' =$

(3)  $\left(\frac{2 - 3x}{3x + 5}\right)' =$

対数微分法

$$(\log f(x))' = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

や対数法則を用いて微分を計算する方法を対数微分法という。

**問題 5.**  $(x^x)'$  を対数微分法で計算するときを考える。以下の下線部に当てはまる式を書きなさい。

(1) 対数法則から等式

$$\log x^x = \underline{\hspace{4cm}}$$

が成り立つ。

(2) 両辺を微分して

$$\frac{(x^x)'}{x^x} = \underline{\hspace{4cm}}$$

(3) 変形すると

$$(x^x)' = \underline{\hspace{4cm}}$$

が求まる。

高次導関数

$$f^{(n)}(x) = \text{「} f(x) \text{ を } n \text{ 回微分したもの」}$$

**問題 6.** 以下の微分を計算しなさい。

(1)  $(x^3 - 4x)'' =$

(2)  $(e^{2x})'' =$

接線・法線の方程式

関数  $f(x)$  のグラフ上の点  $P(a, f(a))$  において

接線の方程式  $y = f'(a)(x - a) + f(a)$

法線の方程式  $y = -\frac{1}{f'(a)}(x - a) + f(a)$

**問題 7.** 以下の関数のグラフ上の点  $P$  での接線の方程式を求めなさい。

(1)  $f(x) = x^2 - 4x$   $P(3, -3)$

(2)  $f(x) = 2 \log x$   $P(e, 2)$

**問題 8.** 以下の関数のグラフ上の点  $P$  での法線の方程式を求めなさい。

(1)  $f(x) = x^3 - 2x$   $P(1, -1)$

(2)  $f(x) = e^{2x}$   $P(0, 1)$